

exposition - animations - conférences

MATHS & PUZZLES

Du 3 au 21 octobre 2017

À la Médiathèque François Mitterrand, place de l'échevinage à Saintes

Tél. 05 46 93 25 39 • courriel : mediatheque-fm@ville-saintes.fr



C'est MathEludique ! Fête de la science

Cycle d'animations sur les mathématiques
Expositions, conférences, ateliers...



PROGRAMME

MATHS



PUZZLES



Créez des maths
de toutes pièces !

Du 3 au 21 octobre 2017

Médiathèques F.-Mitterrand et L.-Aragon, Hostellerie - salle de l'Etoile

L'ESPACE MENDÈS FRANCE, UNE HISTOIRE DE MÉDIATION



L'Espace Mendès France doit son origine à des chercheurs de l'université de Poitiers, militants de la vulgarisation, qui, dans les années 1980, sont allés à la rencontre des habitants, dans les quartiers, pour débattre de sujets scientifiques et démontrer, « manip » à l'appui, que la science pouvait être accessible, voire réjouissante.

Situé au cœur de la ville, entre campus et centre-ville, le centre de culture scientifique, technique et industrielle de Poitiers, développe un large registre d'actions ouvertes à une multitude de publics. Il affiche ainsi trois missions : populariser la recherche, ses applications et ses métiers, contribuer à une éducation aux sciences renouvelée, entretenir les débats sur les enjeux sociaux et culturels.

Les actions sont menées en partenariat avec le monde de la recherche et de l'enseignement supérieur. À ce titre les relations privilégiées nouées avec l'université de Poitiers et de La Rochelle, les grands organismes de recherche, une myriade d'associations et de structures ont été un levier essentiel sur 25 années de déploiement. Le soutien historique de la Ville de Poitiers, de la Région Poitou-Charentes et des ministères de l'éducation nationale, de la recherche et de la culture ont permis d'assurer un appui fort aux expérimentations menées. Tant dans les thèmes que dans les propos tenus, c'est la diversité et le souci de contenus de qualité qui caractérise les activités du centre. La programmation annuelle mise en œuvre, ses déclinaisons en itinérance régionale sont autant de moments mis en œuvre pour diversifier en permanence les publics.

Les thèmes retenus couvrent un large champ volontairement éclectique, de Toumaï pour l'origine de l'Homme au cerveau, de la chimie aux emblématiques mammouths, et bien d'autres. Sont également très suivies les questions touchant à la santé, à l'astronomie, aux technologies de l'information, au développement durable, à l'histoire des sciences, avec un pôle d'excellence unique en France.

Le papier n'est pas pour autant banni : les éditions Atlantique ont publié une quinzaine d'ouvrages et, chaque trimestre, quelques milliers de lecteurs attendent la parution de L'Actualité Poitou-Charentes, la revue de la recherche, de l'innovation, du patrimoine et de la création.

Ce sont ainsi près de 182.000 personnes touchées en 2015, dont 54.000 scolaires et 75.000 personnes pour la région Poitou-Charentes. L'Espace Mendès France, association loi 1901, s'appuie sur des bénévoles et des adhérents, particulièrement investis au sein de l'association qui bénéficie ainsi d'une réelle vie associative.

Espace Mendès France, centre de culture scientifique, technique et industrielle, Poitiers

Tél. 05 49 50 33 08 • courriel : contact@emf.fr • <http://emf.fr>

L'EXPOSITION

HORAIRES D'ACCUEIL À L'EXPOSITION

Médiathèque François Mitterrand

Place de l'Échevinage – BP 319 - 17107 Saintes cedex

Tél : 05 46 93 25 39

e-mail : mediatheque-fm@ville-saintes.fr

Espaces Adultes / Documentation Arts, Jeunes, Images et Sons

Mardi, jeudi, vendredi : 13 h 30 - 18 h

Mercredi : 10 h - 18 h

Samedi : 10 h - 12 h et 14 h - 18 h

Les matinées sont consacrées aux visites accompagnées pour les scolaires de l'agglomération inscrits sur réservation.

Des accueils de groupes scolaires et divers sont proposés sur rendez-vous.

Du mardi au vendredi. Ils sont animés le matin par un médiateur scientifique de l'Espace Mendès France et l'après-midi par les bibliothécaires.

Informations et renseignements : **05 46 98 23 86** ou **05 46 98 23 84**

LES MÉDIATHÈQUES DE SAINTES

Les médiathèques de Saintes participent pour la 4^e année à l'événement national de la Fête de la Science. Un partenariat avec l'Espace Mendès France de Poitiers leur offre l'opportunité d'accueillir, dans le cadre de cette manifestation, une exposition intitulée « Maths et Puzzle », conçue en 2016 et présentée du 26 septembre 2016 au 7 juillet 2017 à l'Espace Mendès France, Poitiers.

Plus de 8500 personnes ont été accueillies à l'Espace Mendès France par les équipes d'animation scientifique que nous vous proposons de suivre dès le **mercredi 4 Octobre** à la médiathèque François Mitterrand. Cette découverte des sciences mathématiques par des animations scientifiques conçues par un conseil de mathématiciens, membres des associations APMEP & IREM pour vous aider à redécouvrir le plaisir de manipuler les chiffres...



PRÉAMBULE

Qui peut imaginer toutes les mathématiques qui se cachent derrière les puzzles géométriques ? Derrière des activités ludiques, élèves et adultes pourront se familiariser avec les maths. De l'appréhension des formes dans l'espace ou le plan, à la recherche d'algorithmes en passant par la manipulation des opérations arithmétiques, les puzzles offrent un choix insoupçonné d'activités mathématiques de la maternelle à l'université.

Conçue autour de 7 pôles, cette exposition permettra à tout participant, quel que soit son niveau, de manipuler, chercher, raisonner, ou pour le plaisir : se casser la tête tout en s'instruisant. Les classes pourront s'y rendre, des animateurs guideront les élèves et proposeront des activités adaptées à leur niveau. Les enseignants trouveront des activités pédagogiques permettant de prolonger cette visite.

L'exposition *Maths & puzzles* s'inscrit dans la continuité d'un parcours lancé en 2000, pour lequel l'Espace Mendès France a souhaité mettre en scène chaque année, un pan fondamental de la science (*mathématiques, physique, chimie, biologie etc.*). D'après les mathématiciens ayant participé à l'élaboration de Maths & puzzles, ce serait l'exposition la plus aboutie et originale. Elle propose un parcours ludique et coloré où l'espace de jeu et de manipulation est important : bar à puzzles et plateau de jeu. Aussi, l'exposition se distingue par son adaptation aux enfants de classe maternelle, par l'implication des enseignants des écoles et classes maternelles.

Exposition conçue par la régionale Poitou-Charentes de l'**Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public** (APMEP), l'**Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques de l'université de Poitiers** (IREM Poitiers) et l'**Espace Mendès France**, en collaboration avec l'**Association générale des enseignants des écoles et classes maternelles publiques** (AGEEM).

Rappel des expositions sur les mathématiques depuis 2000 :

2000 : Vive les maths

2003 : Vive les maths II

2006 : Jeux, nombres et formes

2009 : Comment tu comptes ?

2013 : Courbes, les maths en pleine forme

DESCRIPTION

. PÔLE 1 : LES TANGRAMS

Panneau 1 : Les premiers puzzles

Il y a 1 000 ans en Chine, selon une légende, un homme du nom de « Tan », fit tomber un carreau qui se brisa en 7 morceaux. En essayant de rassembler les morceaux pour reconstituer le carreau, il s'aperçut qu'avec les 7 pièces, il était possible de créer de formes multiples, d'où l'origine du jeu de tangram.

En fait, on ignore quand ce jeu fut réellement inventé, il était déjà ancien en 1813 date de la parution du premier livre chinois sur le sujet. Selon Sam Loyd, « on peut faire remonter son histoire de 4 000 ans en arrière... ».

Panneau 2 : La fabuleuse histoire du *loculus* d'Archimède

Archimède (*vers 287 av. J.-C. à Syracuse, Sicile - 212 av. J.-C. à Syracuse*) est considéré comme un des plus grands mathématiciens de l'Antiquité.

Plusieurs auteurs latins ont cité un livre d'Archimède intitulé « Stomachion » (ou « ostomachion » ou « syntemachion » ou encore la forme latinisée « *loculus* ») qui traitait de l'analyse géométrique d'un puzzle composé de 14 pièces assemblées en carré.

Panneau 3 : Sam Loyd, créateur de puzzles

L'américain Sam Loyd (1841-1911) était passionné par les échecs, la prestidigitation et la ventriloquie. Il est l'auteur de plus de 5000 casse-tête mathématiques. Il travaille d'abord dans la publicité avant de se tourner vers les récréations mathématiques très en vogue à l'époque, et publie des rubriques dans les journaux.

Il est l'auteur de célèbres puzzles connus comme le « poney » et créateur d'un jeu qui passionna les américains : le 14-15, qui est le premier exemple de jeu de Taquin.

. PÔLE 2 : PEUT-ON DÉMONTRER AVEC DES PUZZLES ?

Panneau 1 : Puzzles paradoxaux

Faux puzzles mais vraies illusions d'optique !

64 ou 65 ? Énigme de Lewis CARROLL (1832–1898). Le carré est constitué de 8×8 petits carrés et peut être décomposé en deux triangles rectangles et deux trapèzes.

Ces quatre pièces permettent de constituer un rectangle de 5×13 petits carrés. Pourtant, en comparant les aires du carré et du rectangle un problème apparaît. $8 \times 8 = 64$ alors que $5 \times 13 = 65$

Panneau 2 : Des puzzles pour trouver des formules

L'idée de représenter les nombres par des figures géométriques est très ancienne. Elle nous vient de Pythagore et de son école.

« Toutes les choses qui peuvent être connues ont un nombre, car il est impossible que quelque chose puisse être conçu ou connu sans le nombre » **Philolaos** (V-IV^e siècle av. J.C.)

Parmi les multiples recherches mathématiques réalisées par les pythagoriciens, leurs travaux sur les nombres (*pairs et impairs, les nombres premiers, triangulaires, carrés... parfaits amiables, excédents, abondants...*) eurent une importance fondamentale dans la théorie des nombres.

Grâce à ces travaux, ils dotèrent les mathématiques d'un fondement scientifique.

Panneau 3 : Démontrer avec des puzzles en 3D

. PÔLE 3 : FAIRE DES CARRÉS AVEC DES CARRÉS

Panneau 1 : Construire un carré avec des carrés

Comment faire un carré avec 9 carrés identiques ? Cela est-il possible avec un nombre quelconque de carré ? Quels sont les nombres qui conviennent ? Et qu'en est-il pour 2, 3 ou 5 carrés ?

Les mathématiciens se sont intéressés à différents problèmes ayant trait à la reconstitution d'un carré avec des carrés. Faire un carré avec des carrés dont les tailles sont toutes différentes est ce que l'on appelle en géométrie faire un carré parfait.

Panneau 2 : Construire un carré avec un nombre de carrés identiques

Quand le nombre de carrés n'est pas un carré, il n'est pas possible de reconstituer un carré sans les découper. Dans son ouvrage *Sur ce qui est indispensable aux artisans dans les constructions géométriques*, Abu Al-Wafa al Buzjâni, mathématicien et astronome iranien du X^e siècle donne des façons de partager une figure ou de la reconstituer.

Ces savoirs étaient utiles aux artisans qui devaient fabriquer des zélliges (*petites mosaïques dont les éléments appelés tesselles, sont des morceaux de carreaux de faïence colorés*).

Panneau 3 : Construire un carré avec deux carrés de tailles différentes

Pour construire un carré avec deux carrés de tailles différentes, il est bien sûr nécessaire de découper au moins l'un des carrés. Reconstituer un carré à partir de deux carrés est une question qui peut être liée au fameux théorème de Pythagore :

« Le carré de l'hypoténuse est égal, si je ne m'abuse, à la somme des carrés construits sur les autres côtés. » *Franc-Nohain (Maurice-Etienne Legrand, 1872-1934, avocat, sous-préfet, écrivain, poète, librettiste).*

. PÔLE 4 : DÉCOUPAGES : AIRES ET VOLUMES

Panneau 1 : Le calcul des aires : origine des puzzles ?

Dans les mathématiques chinoises anciennes, formules et preuves sont présentées sous forme de puzzles : on dissèque la figure, on fait bouger des morceaux, on observe le résultat, on réfléchit, et on trouve la formule.

Panneau 2 : Calculer des volumes avec des puzzles 3D

Comprendre le calcul des différents volumes par un découpage en puzzles.

Panneau 3 : Du courbe au droit : aller-retour

Transformer une figure avec un contour courbe en un rectangle : est-ce possible ?

Des exemples sont visibles dans l'exposition : le poisson articulé, les figures réalisées avec les pièces du curvica.

. PÔLE 5 : PUZZLES ARTICULÉS

Panneau 1 : Le puzzle de Dudeney

Le britannique Henry Ernest Dudeney (1857-1930) était un spécialiste des énigmes et casse-tête. Il a notamment inventé un puzzle qui permet, avec seulement quatre morceaux, de transformer un carré en triangle équilatéral.

Panneau 2 : La géométrie naturelle d'Alexis Clairaut

Alexis Claude Clairaut (1713-1765) est un mathématicien et astronome français.

Esprit brillant et précoce, il entre à 18 ans à l'Académie des sciences. Il fréquente les philosophes des Lumières. Il participe en 1736 avec Maupertuis et Celsius à une expédition scientifique en Laponie destinée à prouver l'aplatissement de la Terre aux pôles.

À la demande de la marquise du Châtelet, il rédige en 1741 un traité de géométrie, où il s'efforce d'expliquer le pourquoi des notions abordées, et où il préconise des méthodes « naturelles » pour faire comprendre les principaux résultats.

Panneau 3 : Décomposer un carré articulé

« Étant donnés deux polygones de même aire, il existe toujours une décomposition de l'un en polygones, qui après ré-assemblage fournit l'autre. » Théorème de Lowry-Wallace-Bolyai-Gerwien, début XIX^e siècle.

Mieux : cette décomposition peut toujours être réalisée par un puzzle articulé. Cela a été démontré seulement en 2008 ! Par exemple, le puzzle articulé de Dudeney transforme un carré en un triangle équilatéral.

. PÔLE 6 : POLYMINOS ET POLYCUBES

Panneau 1 : En 2D : les polyminos

Les polyminos (*ou polyominoes*) sont des carrés identiques, collés les uns aux autres par un côté complet. On rencontre ces pièces dans des jeux de pavages de figures, à partir de la fin du XIX^e siècle. Le premier à s'y intéresser et à les étudier, fut le mathématicien américain Solomon W. Golomb. Il employa le mot « polyominoes » en 1952 pour les désigner. Ils sont l'objet d'études mathématiques et ont donné naissance à des jeux dont les plus célèbres sont *Tétris* et *Pentamino*.

Panneau 2 : En 3D : les polycubes

Chaque pièce est constituée de cubes identiques accolés par une face entière. Ces pièces sont des exemples de ce qu'on appelle des polycubes : bicube, tricube, tétracube, pentacubes...

Le cube constitué de 7 pièces, dont 6 sont des tétracubes, est célèbre : c'est le cube *SOMA*.

C'est un casse-tête inventé en 1933 par le poète et scientifique danois Piet Hein.

Panneau 3 : Une source d'inspiration

Les polyminos et les polycubes ont inspiré les créateurs de jeux et de casse-tête, la littérature, l'art ainsi que les designers. Plusieurs exemples sont donnés, tel le jeu *Tétris*, jeu culte conçu en 1984 par un membre de l'Académie des sciences de l'URSS passionné par le Pentamino : Alekseï Pajitnov.

. PÔLE 7 : PUZZLES DE JUXTAPOSITION

Panneau 1 : MacMahon, un créateur de passe-temps mathématiques

De nationalité anglaise, Percy Alexander MacMahon (1854-1929) commence une carrière militaire aux Indes. Démobilisé pour maladie, il rentre en Angleterre en 1878 et est affecté comme officier-instructeur à la Royal Military Academy. Il se lie avec le professeur de mathématiques George Greenhill, affecté au Collège d'artillerie et se lance dans l'étude des formes algébriques. Il crée, en 1926, des passe-temps mathématiques utilisant des carrés, des triangles ou des cubes.

Panneau 2 : D'une règle à l'autre pour de nouveaux puzzles

Identité et complémentarité. La règle de juxtaposition des puzzles créés par MacMahon est l'identité : une couleur correspond à elle-même.

Et si les couleurs ne correspondaient plus nécessairement à elles-mêmes ? Naissance du puzzle *Curvica*.

Panneau 3 : Art, technique et jeu

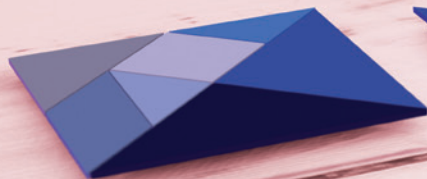
Reconnu comme l'un des pionniers de l'art abstrait, Piet Mondrian (1872-1944), peintre néerlandais, découvre le cubisme lors d'une exposition à Amsterdam en 1912 et décide de s'installer à Paris. Au cours de cette période parisienne, entre 1912 et 1914, il passe d'un cubisme figuratif à un cubisme plus abstrait dans lequel les objets perdent leur fonction figurative pour un ensemble de lignes formelles horizontales et verticales, mêlées aux couleurs primaires dans un espace à deux dimensions.

Les premiers puzzles

Il y a 1 000 ans en Chine, selon une légende, un homme du nom de « **Tan** », fit tomber un carreau qui se brisa en 7 morceaux. En essayant de rassembler les morceaux pour reconstituer le carreau, il s'aperçut qu'avec les 7 pièces, il était possible de créer des formes multiples, d'où l'origine du jeu de tangram.

En fait, on ignore quand ce jeu fut réellement inventé, il était déjà ancien en 1813 date de la parution du premier livre chinois sur le sujet. Selon **Sam Loyd**, « on peut faire remonter son histoire de 4 000 ans en arrière... »

Les 7 pièces du tangram



Avec les 7 pièces, il est possible de construire des modèles **figuratifs**...

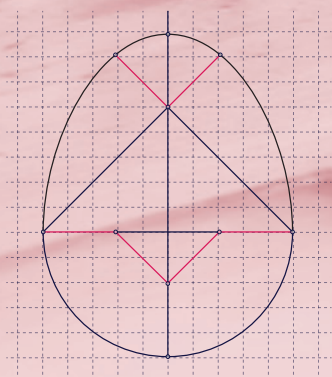


... ou des **figures géométriques**.

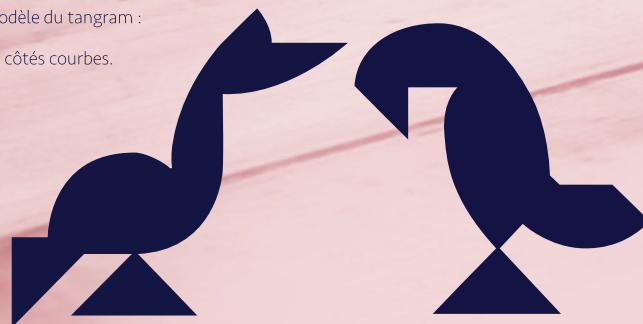
LES VARIANTES

De nombreuses **variantes** de puzzles ont été créées sur le modèle du tangram :

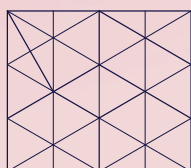
Par exemple, l'**œuf magique** qui a la particularité d'avoir des côtés courbes.



En rouge figurent les segments égaux

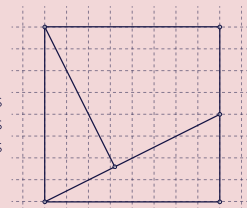


Sauriez-vous reconstituer ces figures avec les pièces de l'œuf magique ?



Le **paratonnerre** qui est construit à partir d'un réseau triangulaire

Le **puzzle à 3 pièces** qui, bien que très simple, permet de reconstituer la plupart des quadrilatères classiques



Quelles formes géométriques usuelles pouvez-vous obtenir avec le paratonnerre ? Sauriez-vous retrouver les formes géométriques classiques avec le puzzle à 3 pièces ?

Concernant les formes géométriques (carrés, rectangles, triangles...) que l'on peut obtenir avec les tangrams, il convient d'être sûr que les figures ne comportent pas de faux alignements ou bien des trous imperceptibles. Il faut donc apporter des justifications.

Les tangrams



Pôle 1 : Les tangrams

Les Puzzles paradoxaux

FAUX PUZZLES MAIS VRAIES ILLUSIONS D'OPTIQUE !

64 ou 65 ? Énigme de Lewis CARROLL (1832 – 1898)

Un carré est constitué de 8×8 petits carrés et peut être décomposé en deux triangles rectangles et deux trapèzes.

Ces quatre pièces permettent de constituer un rectangle de 5×13 petits carrés.

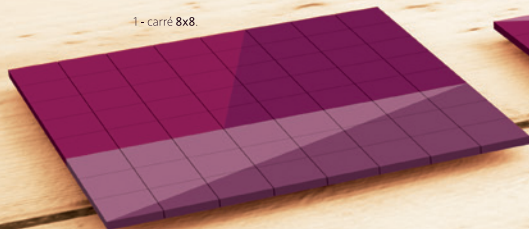
Pourtant, en comparant les aires du carré et du rectangle, un problème apparaît : $8 \times 8 = 64$ alors que $5 \times 13 = 65$.

Charles Lutwidge Dodgson,
alias Lewis Carroll

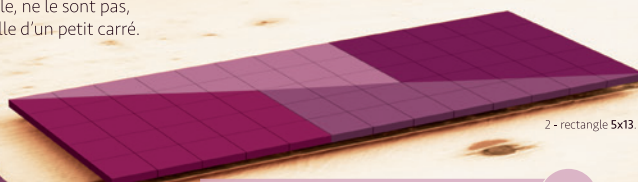


COMMENT EXPLIQUER CE PARADOXE

Les points qui semblent alignés sur la diagonale du rectangle, ne le sont pas, et forment un parallélogramme très étiré dont l'aire est celle d'un petit carré.



1 - carré 8×8



2 - rectangle 5×13

Mais comment montrer que ces points ne sont pas sur la diagonale ?



Observez les dimensions des figures géométriques qui apparaissent : 3 ; 5 ; 8 ; 13.

Vous pouvez remarquer que $8 = 3 + 5$; $13 = 5 + 8$.

Ce sont en fait 4 termes consécutifs de la **suite de Fibonacci**. Celle-ci commence par deux 1 et chaque terme s'obtient en ajoutant les deux précédents : 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; 21.

Peut-on construire d'autres paradoxes identiques avec 4 autres termes consécutifs de la suite de Fibonacci ?



①



②

TRIANGLE DE PAUL CURRY

Les deux triangles rectangles ont les mêmes dimensions.

Pourtant l'un des deux contient un carré blanc supplémentaire. **Pourquoi ?**

L'explication est de même nature que pour le paradoxe précédent : des points semblent alignés sur l'hypoténuse mais en fait, ils ne le sont pas.

Observez les dimensions des figures géométriques : 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13. Encore Fibonacci !

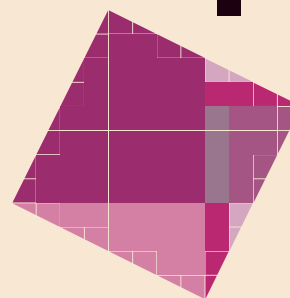
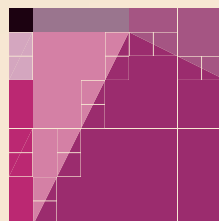
LE CARRE DE MARIE-NOËLLE

En disposant autrement les pièces du premier carré, il est possible d'en construire un autre. **Pourtant, le carré noir n'est pas utilisé !**

En prenant le côté des petits carrés comme unité de longueur, on voit que la mesure du côté du premier grand carré est égale à 9.



Quelle est la mesure du côté du deuxième grand carré ?



Morale de l'histoire : En mathématiques, comme ailleurs, les apparences sont souvent trompeuses ! La figure ainsi reconstruite est-elle un carré ? Si oui, les deux carrés ne peuvent pas être identiques.

Mais pourquoi les voit-on identiques ?

Nous devons nous méfier de notre vue qui peut nous inciter à commettre des erreurs.

Ces paradoxes ne sont qu'illusions d'optique. Mais peut-on bannir pour autant l'usage des puzzles pour trouver des résultats mathématiques ?

Peut-on démontrer avec des puzzles ?



Pôle 2 : Peut-on démontrer avec des puzzles ?

Construire un carré avec des carrés

COMMENT FAIRE UN CARRÉ AVEC DES CARRÉS IDENTIQUES ?

C'est possible avec 9 carrés. Et avec un nombre quelconque de carrés ?

Quels sont les nombres qui conviennent ?

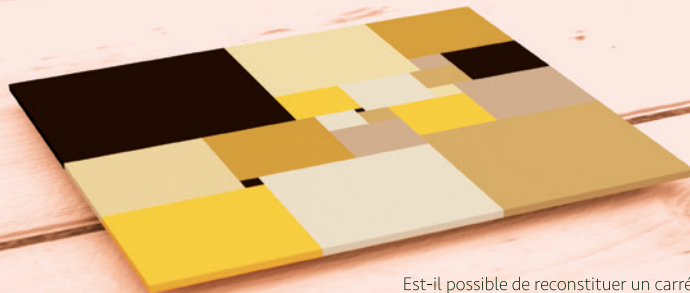
Et qu'en est-il pour 2, 3 ou 5 carrés ?

On dispose de 3 carrés de côté 6 cm et de 4 carrés de côté 3 cm.
Est-il possible de faire des carrés avec ces deux types de carrés ?



Les mathématiciens se sont intéressés à différents problèmes ayant trait à la reconstitution d'un carré avec des carrés.

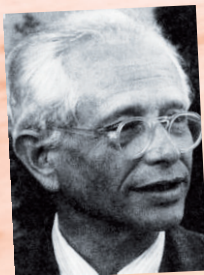
Faire un carré avec des carrés dont les tailles sont toutes différentes est ce que l'on appelle en géométrie faire un carré parfait.



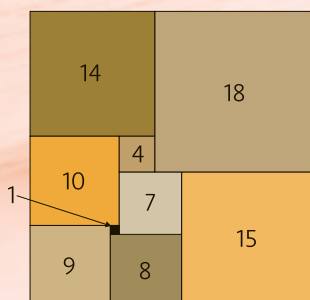
PREMIER PROBLÈME

Est-il possible de reconstituer un carré avec des carrés qui ont tous des dimensions différentes ?

Ce problème est très difficile et il faut avoir fait beaucoup d'études de mathématiques pour le résoudre. Cette question a été abordée par **Max Dehn**, mathématicien allemand, en 1903, et a été le sujet de thèse de **Ian Gambini** (chercheur à l'université d'Aix-en-Provence) en 1999. Sa résolution fait appel à la théorie des graphes et à l'algorithmique pour être résolue informatiquement.



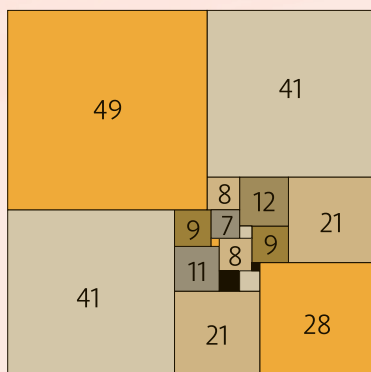
Max Dehn
(1878-1952, mathématicien allemand)



DEUXIÈME PROBLÈME

Faire des rectangles avec des carrés qui ont tous des dimensions différentes (rectangles parfaits) est plus facile, mais reste néanmoins assez compliqué.

Si on oublie certaines contraintes, ça devient plus facile : prenez 2 carrés de côté 1, 2 carrés de côté 4, 2 carrés de côté 5, 2 carrés de côté 6 et 1 carré de côté 3. Sauriez-vous faire un rectangle avec ces 9 pièces ?



TROISIÈME PROBLÈME

On peut reconstituer des carrés de n'importe quelle dimension entière, ne serait-ce qu'avec des carrés de côté 1. Mais étant donné un carré de côté entier donné, quel est le nombre minimal de carrés de côté entier pour reconstituer le carré ?



Déterminez le nombre minimal de carrés pour reconstituer un carré de côté 9.

Et dans l'espace ? Est-il possible de reconstituer un cube à partir des cubes dont les arêtes ont des dimensions toutes différentes ? La réponse, surprenante, est négative.



Faire des carrés avec des carrés

Le calcul des aires : origine des puzzles ?

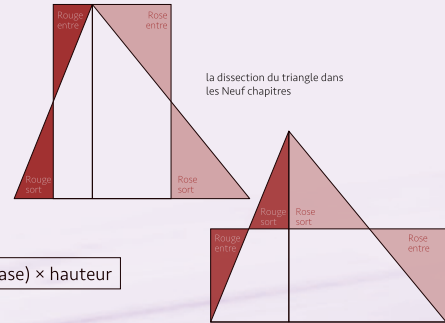
LES PUZZLES, UN CASSE-TÊTE CHINOIS

Dans les mathématiques chinoises anciennes, formules et preuves sont présentées sous forme de puzzles : on dissèque la figure, on fait bouger des morceaux, on observe le résultat, on réfléchit, et on trouve la formule.

Regardez ces deux figures tirées des *Neuf Chapitres sur l'art mathématique* (III^e siècle)

Le triangle a été découpé en 4 morceaux, et deux morceaux déplacés pour faire un rectangle. Qu'en déduit-on ?

$$\text{Aire du triangle} = \text{base} \times (\frac{1}{2} \text{ hauteur}) = (\frac{1}{2} \text{ base}) \times \text{hauteur}$$



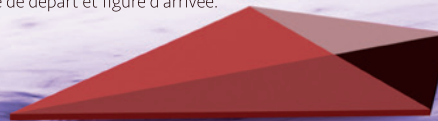
la dissection du triangle dans les Neuf chapitres



LES AIRES DANS LES AIRS

Quelle est l'aire de la voile ?

Utilisons la méthode chinoise, en coupant selon les diagonales et en séparant figure de départ et figure d'arrivée.



Cerf-volant et rectangle

Aire du losange, du trapèze, du parallélogramme ?
À vous de trouver les découpages et les formules.

$$\text{Aire du cerf-volant} = \text{axe} \times \frac{1}{2} \text{ diagonale}$$

Il suffit donc de connaître les longueurs des deux diagonales pour calculer l'aire de la voile du cerf-volant.

LA DRÔLE D'AIRES DES POLYGOONES RÉGULIERS

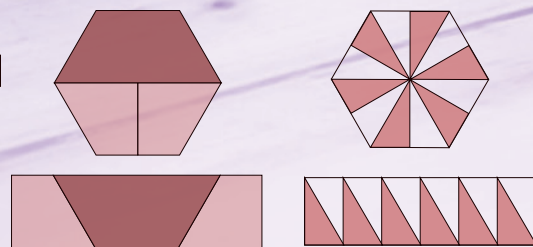
Les deux puzzles prouvent la formule :

$$\text{Aire} = \text{demi-périmètre} \times \text{apothème (distance du centre aux côtés)}$$

Le deuxième puzzle permet de voir que cette formule est valable pour tous les polygones réguliers.



Citadelle de Neuf-Brisach, Haut-Rhin, Alsace-Champagne-Ardenne-Lorraine



2 découpages de l'hexagone

Sauriez-vous maintenant calculer la superficie de la citadelle de Neuf-Brisach, sachant que le côté mesure environ 250 m et que la distance du centre au côté est de 300 m ?

POLYGOONES QUELCONQUES

Les divers exemples donnés montrent que la méthode clé du calcul de l'aire d'une figure est d'en faire un puzzle dont les morceaux permettent de réaliser un rectangle.

Est-ce toujours possible ? La réponse est oui pour n'importe quel polygone, grâce au théorème de Bolyai-Gerwien-Wallace (première moitié du XIX^e). Mais l'essentiel de la démarche figure dans les *Éléments d'Euclide* (III^e siècle av. J.-C.).



Découpage d'un polygone et rectangulation

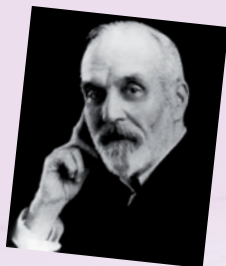
Sauriez-vous trouver l'étape intermédiaire ?



Découpages : aires et volumes



Le puzzle de Dudeney



Le Britannique **Henry Ernest Dudeney** (1857 — 1930) était un spécialiste des énigmes et casse-tête.

Il a notamment inventé un puzzle qui permet, avec seulement quatre morceaux, de transformer un triangle équilatéral en carré. De plus les pièces peuvent être articulées.

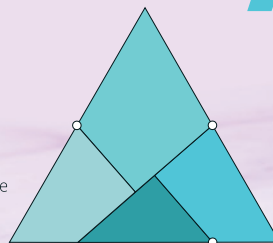


Illustration du Haberdasher's Puzzle dans l'ouvrage de Dudeney



LE PUZZLE DU TAILLEUR

Ce puzzle est le vingt-sixième problème des **Puzzles de Canterbury** et a pour titre **The Haberdasher's Puzzle** (le puzzle du tailleur). Il se présente sous forme d'une histoire, où un tailleur présente à ses compagnons "un morceau de tissu ayant la forme d'un triangle équilatéral parfait" et leur demande s'ils seraient capables de le tailler en 4 morceaux de façon à reconstituer un carré parfait.

Les plus avisés arrivent à découper le triangle en cinq, mais échouent sur le partage en quatre. Le tailleur leur dit qu'il y est arrivé sans qu'aucune pièce n'ait besoin d'être retournée, et laisse au lecteur le plaisir de trouver sa méthode.

Dudeney rédige ensuite sa solution de la façon suivante :

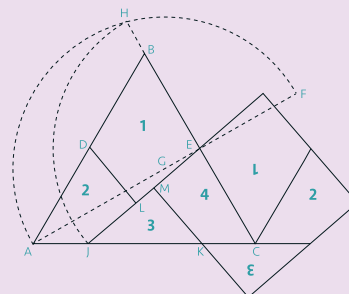
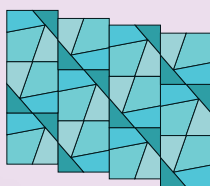
"L'illustration montrera comment la pièce triangulaire de tissu pourra être coupée en quatre morceaux différents qui pourront être ajustés ensemble et former un carré parfait. Divisez AB en deux en D et BC en E ; tracez la ligne AE jusqu'à F en faisant EF égal à EB ; divisez AF en deux en G et décrivez l'arc AHF ; tracez EB jusqu'à H, et EH est la longueur du côté du carré cherché ; de E avec la distance EH, tracez l'arc HJ, et faites JK égal à BE ; maintenant, des points D et K abaissez des perpendiculaires sur EJ en L et M.

Si vous avez fait cela avec soin vous avez maintenant les directions cherchées pour les coupes."



Sauriez-vous justifier la construction de Dudeney ?

Ce puzzle permet un pavage original, où apparaissent à la fois des carrés et des triangles équilatéraux.



UNE TABLE TRANSFORMABLE

À partir de ce puzzle, et selon une idée du mathématicien américain **Howard Eves**, les Néerlandais **Joop Van der Vaart** et **Jan de Koning** ont créé une table carrée transformable en table triangulaire, ce qu'avait déjà réalisé Dudeney en 1905.



Puzzles articulés

En 2D : les polyminos

LES POLYMINOS C'EST QUOI ?

Observez ce logo d'une publicité et les pièces qui le composent.

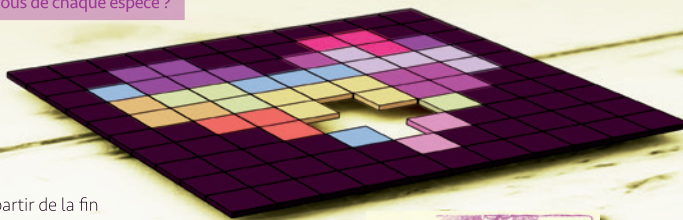
Il y en a 16, formée chacune de carrés identiques collés les uns aux autres par un côté complet.

On les appelle des polyminos (ou polyominoes) : monomino, dominos, triminos, tétraminos, pentaminos.



Combien en comptez-vous de chaque espèce ?

Une figure faite de divers polyminos
(le cœur : modulango Axa)



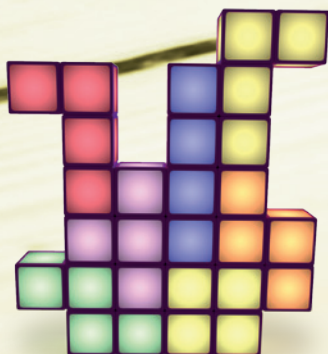
PETITE HISTOIRE

On rencontre ces pièces dans des jeux de pavages de figures, à partir de la fin du XIX^e siècle. Le premier à s'y intéresser et à les étudier fut le mathématicien américain **Solomon W. Golomb**. Il employa le mot « polyominoes » en 1952 pour les désigner. Ils sont l'objet d'études mathématiques et ont donné naissance à des jeux dont les plus célèbres sont Tetris et Pentamino.

Problème 74 des Puzzles de Canterbury de **Dudeney** (1907)



Un échiquier a été brisé en 13 morceaux : 12 pentaminos et 1 tétraminos.
Sauriez-vous reconstituer l'échiquier ?



TETRIS ET LES TÉTRAMINOS

Cette lampe, vue de face, est faite de 7 éléments qui sont les 7 pièces du célèbre jeu Tetris mondialement connu. Les pièces de la lampe sont donc des tétraminos (tétra : 4 en grec).

Avec combien de « carrés » est fait chaque élément ?

Pourquoi y a-t-il 2 pièces en L et 2 pièces en Z ?

Essayez de les superposer sur le plan ou dans l'espace : c'est comme nos deux mains !

Existe-t-il d'autres tétraminos que ceux du jeu Tetris ? Expérimentez avec 4 carrés.



LES PENTAMINOS

Le rectangle est constitué des 12 pentaminos. Pourquoi 12 ?

Fletcher a démontré en 1965 qu'il y avait **2 339 solutions** pour réaliser ce rectangle. Donc vous pouvez trouver d'autres dispositions pour les 12 pentaminos. Mais comment a-t-il fait pour trouver ce nombre et être sûr de lui ? Il faut pour cela se familiariser avec la science des algorithmes, base de l'informatique.

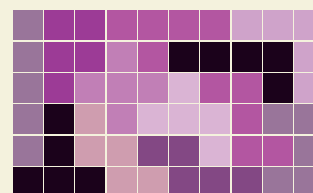


Avec les 12 pentaminos, on peut réaliser des rectangles ayant d'autres dimensions : lesquelles ?

Peut-on réaliser un carré ?

Combien y a-t-il de pentaminos différents si les deux faces sont de couleurs différentes ?

Beaucoup de jeux utilisent les pentaminos : Katamino, Blokus...



ET SI ON UTILISAIT DES TRIANGLES ÉQUILATÉRAUX AU LIEU DE CARRÉS ? OU DES HEXAGONES RÉGULIERS ?

Des mondes à explorer, au pays des polyformes.



Polyminos & polycubes



MacMahon

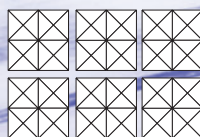
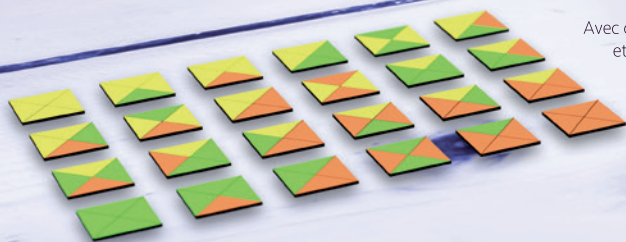
un créateur de passe-temps mathématiques



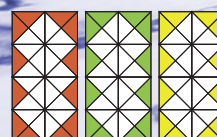
De nationalité anglaise, **Percy Alexander MacMahon** (1854 — 1929) commence une carrière militaire aux Indes. Démobilisé pour maladie, il rentre en Angleterre en 1878 et est affecté comme officier-instructeur à la Royal Military Academy. Il se lie avec le professeur de mathématiques **George Greenhill**, affecté au Collège d'artillerie et se lance dans l'étude des formes algébriques. Il crée, en 1926, des passe-temps mathématiques utilisant des carrés, des triangles ou des cubes.

LES CARRÉS DE MACMAHON

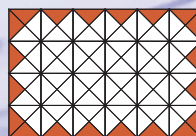
Trois couleurs sont utilisées pour colorier, de toutes les manières possibles, les 24 carrés de ce puzzle. Avec ce puzzle, on peut réaliser différentes formes en assemblant ces carrés et en respectant la règle de juxtaposition suivante : les côtés adjacents à deux carrés juxtaposés doivent être de la même couleur.



Six carrés de quatre pièces



Trois rectangles de huit pièces aux contours d'une même couleur



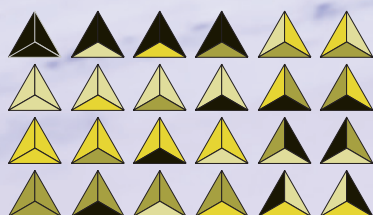
Un rectangle 4 x 6 au contour d'une même couleur



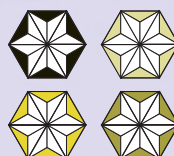
Réalisez les défis en respectant la règle de juxtaposition.

LES TRIANGLES DE MACMAHON

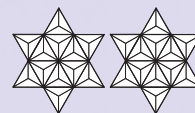
Quatre couleurs sont utilisées pour colorier, de toutes les manières possibles, les 24 triangles de ce jeu. Avec ce puzzle, on peut réaliser différentes formes en assemblant ces triangles et en respectant la règle de juxtaposition suivante : les côtés adjacents à deux triangles juxtaposés doivent être de la même couleur.



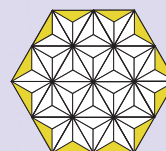
Réalisez les défis suivants en respectant la règle de juxtaposition



Quatre hexagones dont les contours sont d'une même couleur



Deux étoiles de 12 pièces



Un hexagone de 24 pièces au contour d'une même couleur

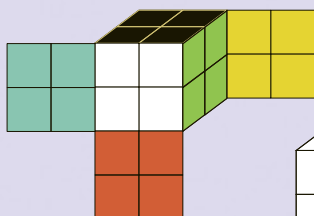
LES CUBES DE MACMAHON

Six couleurs ont été utilisées pour colorier, de toutes les manières possibles, les faces des cubes de ce jeu, les six couleurs devant figurer sur les six faces de chaque cube.

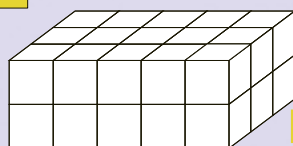


Combien y a-t-il de cubes de MacMahon différents ?

Avec ce puzzle, on peut réaliser différents solides en assemblant ces cubes et en respectant la règle de juxtaposition suivante : les faces adjacentes à deux cubes juxtaposés doivent être de la même couleur.



Un cube 2 x 2 x 2 à l'image d'un cube de MacMahon



Un pavé de 2 x 3 x 5, sans contrainte de couleur sur ses faces

Réalisez le défi en respectant la règle de juxtaposition



Puzzles de juxtaposition



Coordination scientifique

Didier Moreau, directeur général de l'Espace Mendès France

didier.moreau@emf.ccsti.eu

Edith Cirot, responsable programmation et animations scientifiques

edith.ciot@emf.ccsti.eu

Association de professeurs de mathématiques de l'enseignement public (APMEP)

Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques de l'université de Poitiers (IREM Poitiers)

En collaboration avec l'**Association générale des enseignants des écoles et classes maternelles publiques** (AGEEM)

Conférences

Anne Bonnefoy, responsable du pôle d'histoire des sciences et de la société

anne.bonnefoy@emf.ccsti.eu

Christine Guitton, responsable information scientifique

christine.guitton@emf.ccsti.eu

Relations Presse

Thierry Pasquier, responsable de l'édition et de la communication

thierry.pasquier@emf.ccsti.eu assisté de **Justine Chauvin**,

chargée de communication, communication@emf.fr

Délégation Charente et Charente-Maritime de l'Espace Mendès France

Chrystelle Manus, chargée de mission en charge des délégations de Charente & de Charente-Maritime de l'Espace Mendès France, chrystelle.manus@emf.ccsti.eu, 06 58 48 07 14



Espace Mendès France

Centre de culture scientifique, technique et industrielle

1 pl de la Cathédrale CS 80964 - 86038 Poitiers cedex

Tel 05 49 50 33 08 - fax 05 49 41 38 56 - emf.fr

PROGRAMMATION C'EST MATHELUDIQUE !

Cycle d'animations sur les mathématiques dans le cadre de la Fête de la science

// Du mardi 3 au samedi 21 octobre

Géométrie, théorèmes, équations, divisions, chiffres... autant de mots qui rappellent un univers apprécié ou détesté : celui des mathématiques.

Les médiathèques lancent le défi de vous faire aimer cette science utilisée dans notre quotidien en vous proposant un cycle ludique d'animations pour tous. Ateliers, expositions, conférences et concours permettront d'aborder le sujet sous divers angles.

En partenariat avec l'espace Mendès France de Poitiers.

Inauguration du cycle « C'est MathEludique ! » // Mardi 3 octobre à 17h30

À la Médiathèque François Mitterrand, salle de l'Etoile, Hostellerie St-Julien.

Exposition « Maths et puzzles » // Du mardi 3 au samedi 21 octobre, salle de l'Étoile

Horaires : mardi, mercredi, jeudi, vendredi de 14 h à 18 h et samedi de 10 h à 12 h et de 14 h à 18 h.

Conçue par l'Espace Mendès France et l'APMEP.

Qui peut imaginer toutes les mathématiques qui se cachent derrière les puzzles géométriques

? Derrière des activités ludiques, élèves et adultes pourront se familiariser avec les maths. De l'appréhension des formes dans l'espace ou le plan, à la recherche d'algorithmes en passant par la manipulation des opérations arithmétiques, les puzzles offrent un choix insoupçonné d'activités mathématiques de la maternelle à l'université. Conçue autour de 7 pôles, cette exposition permettra à tout participant, quel que soit son niveau, de manipuler, chercher, raisonner, ou pour le plaisir : se casser la tête tout en s'instruisant. Cette exposition a été conçue par la délégation régionale Poitou-Charentes de l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public (APMEP), l'Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques de l'université de Poitiers (IREM Poitiers) et l'Espace Mendès France, en collaboration avec l'Association générale des enseignants des écoles et classes maternelles publiques (AGEEM).

Entrée libre et gratuite.

Exposition Challenge Mathématiques // Du mardi 3 au samedi 21 octobre, médiathèque François-Mitterrand, espaces adultes et jeunesse

Ah ! Les problèmes de mathématiques ! Venez vous amuser à résoudre les 22 énigmes mathématiques de cette exposition ludique de niveau variable accompagnée de jeux en bois provenant de la ludothèque intercommunale de Saintes. (Les bonnes réponses sont entre les mains des bibliothécaires qui ont déjà planché sur le sujet....).

Les Jeux vus par les maths // Samedi 7 octobre, 15h, médiathèque F.-Mitterrand, salle des Jacobins.

Conférence de **Robin Jamet**, médiateur scientifique au Palais de la découverte à Paris, rédacteur de la rubrique « Magic Maths » dans « Sciences et Vie junior », Robin Jamet est mathématicien et auteur de deux ouvrages : « À quoi ça sert ? Les maths », Belin, 2009 et « Vous avez dit Maths ? », Dunod, 2014. Conférence suivie d'une séance jeux organisée par la ludothèque). Si tous les mathématiciens ne sont pas joueurs, tous (ou presque) aiment comprendre comment un jeu fonctionne. Au point d'inventer eux-mêmes des jeux qu'ils trouvent intéressants ! Avec hasard ou sans, en solitaire ou à plusieurs joueurs, sur tout type de support, un matheux trouve (presque) toujours quelque chose à dire sur un jeu... et parfois vous donner de bons conseils. À l'issue de la conférence, vous pourrez mettre en pratique les astuces révélées en jouant aux jeux mentionnés avec le personnel de la ludothèque intercommunale.

Renseignements : 05 46 98 23 86

Concours de calcul mental tout public // Mercredi 11 octobre, 15h, médiathèque F.-Mitterrand, salle des Jacobins

Venez vous entraîner de façon tout à fait ludique à l'exercice du calcul mental avec deux types de questions adaptées au jeune public (à partir du cycle 3) et au public adulte. Ce concours est proposé et animé par **Sébastien Peyrot**, Inspecteur d'académie et Inspecteur pédagogique régional de mathématiques. Concours ouvert à tous, à partir des classes CM1 - Remise d'un prix jeune et d'un prix adulte à la fin de la séance.

Ateliers pratiques en lien avec l'exposition « Maths et puzzles » // Samedi 14 octobre, 10h30-11h30 ; 14h30-15h30 ; 16h30-17h30, salle de l'Étoile

Un médiateur scientifique de l'Espace Mendès France vous accompagne et vous propose des ateliers ludiques à partir de l'exposition « Maths et puzzles ».

Sur réservation (15 personnes maximum par séance). Renseignements et inscriptions au 05 46 98 23 86.

Ateliers sur les techniques de comptage // Mercredi 18 octobre, de 15h30 à 16h30 et de 17h à 18h, médiathèque Louis-Aragon

Animés par l'association saintaise **Les petits débrouillards**. Venez explorer les différentes techniques de comptage et de calcul puis fabriquez un boulier à partir d'éléments recyclés.

Sur réservation (12 personnes par atelier). Renseignements et inscriptions 05 46 74 34 90.

« Arts et Mathématiques : des chiffres et des lettres (et des couleurs) » // Samedi 21 octobre, 16h, médiathèque François-Mitterrand, salle des Jacobins.

Conférence illustrée de Pierre Parent, chercheur et maître de conférences à l'institut de Mathématiques de Bordeaux. L'interrogation sur les formes et les structures, matière même des mathématiques, est aussi au coeur du travail des artistes. L'art et la science obéissent ensuite à des nécessités évidemment différentes. Pourtant, aussi étrangères l'une à l'autre que semblent leurs démarches, ou peut-être grâce à cela, des intuitions mathématiques ont parfois informé ou animé l'esthétique de certains artistes. On verra quelques-uns de ces points de rencontre à partir d'une peinture d'Annonciation italienne, d'un poème médiéval, et de quelques oeuvres de plasticiens contemporains.

Renseignements : 05 46 98 23 86.